Содержание

Глава 1. **Углы на плоскости** **7**
1.1. Что такое угол? Как рождаются углы и зачем они? 9
1.2. Какие бывают углы? 13
1.3. Работаем с циркулем и линейкой 19
1.4. Знакомимся с одним из признаков равенства треугольников 26
1.5. Биссектриса угла 29
1.6. Восстанавливаем перпендикуляр, опускаем перпендикуляр 31
1.7. Можно ли умножить угол на дробь? 34
1.8. Градусы, которые не греют, и минуты, которые не спешат 35
1.9. Работаем с транспортиром 41
1.9.1. Измеряем угол транспортиром 42
1.9.2. Строим угол с помощью транспортира 44
1.10. Расстояния линейные и угловые 44
1.11. Углы и проценты, или Знакомство с круговыми диаграммами 52

Глава 2. **Треугольники** **57**
2.1. Треугольник – многоугольник с наименьшим числом углов и сторон 58
2.2. Биссектриса, высота, медиана 60
2.3. Равные отрезки, равные углы, равные треугольники 61
2.4. Признаки равенства треугольников 64
2.5. Теоремы о равнобедренном треугольнике 69
2.6. Доказательства в равнобедренном треугольнике 73
2.7. Как построить треугольник 74
2.7.1. Построение треугольников с помощью циркуля и линейки 74
2.7.2. Построение треугольников с помощью измерительной линейки, транспортира, чертежного треугольника и циркуля 78

Глава 3. **Треугольники и четырехугольники. Параллельные прямые** **79**
3.1. Аксиома о перпендикуляре к прямой и параллельные прямые 82
3.2. Средние линии треугольника 87
3.3. Сумма углов треугольника 90
3.4. Прямоугольник – четырёхугольник, у которого все углы прямые 95

3.5. Параллелограмм – четырёхугольник, у которого параллельны противоположные стороны 101
3.6. Новые построения с помощью циркуля и линейки 105
3.6.1. Деление отрезка пополам 105
3.6.2. Построение прямой, которая параллельна заданной прямой и проходит через заданную точку 106
3.6.3. Теорема Фалеса Милетского и деление отрезка на любое число равных частей 108
3.7. Подобные треугольники 110
3.8. Этот удивительный параллелограмм 118
3.9. Трапеция – четырёхугольник, у которого две противоположные стороны параллельны, а две другие стороны не параллельны 122
3.10. Построение параллелограмма, ромба, трапеции с помощью циркуля и линейки 126
3.11. Площадь треугольников и четырёхугольников 129
3.12. Теорема Пифагора Самосского 134

***Глава 4*. Треугольники, четырехугольники, круги 137**
4.1. А теперь займёмся кругами и окружностями... 138
4.2. Хорда и диаметр 140
4.3. Окружность и прямая (пересечение и касание) 142
4.4. Две окружности и прямая (пересечение и касание) 144
4.5. Центральные, вписанные и описанные углы 147
4.6. Треугольники и окружности 153
4.7. Четырёхугольники и окружности 156
4.8. Окружности и правильные многоугольники 159
4.9. Длина окружности. Число π 164
4.10. Площадь круга 171
4.11. Небольшое отступление, касающееся «квадратов» и «кубов» чисел 173

***Глава 5*. Плоские углы в пространстве 177**
5.1. Смотрим вокруг себя и представляем мысленно точки, прямые, углы, плоскости углов 179
5.2. Перпендикуляр к заданной плоскости 182
5.3. Угол между двумя пересекающимися плоскостями – это тоже плоский угол 184
5.4. Взаимно перпендикулярные плоскости 185
5.5. Угол между плоскостью и прямой – это тоже плоский угол 187
5.6. Тренируемся: выявляем плоские углы в пространстве 188
5.7. А если три или больше плоскостей имеют общую точку? 192
5.8. Портрет куба, состоящий из прямых линий, плоскостей, плоских углов 195

***Глава 6*. Призмы и пирамиды 197**
6.1. Полезные сведения о плоскостях и прямых 199

6.2. Призмы 204
6.3. Параллелепипеды 209
6.3. Параллелепипеды в природе 217
6.5. Многогранные (n-гранные) углы 226
6.6. Пирамиды 231
6.7. Правильные пирамиды 235

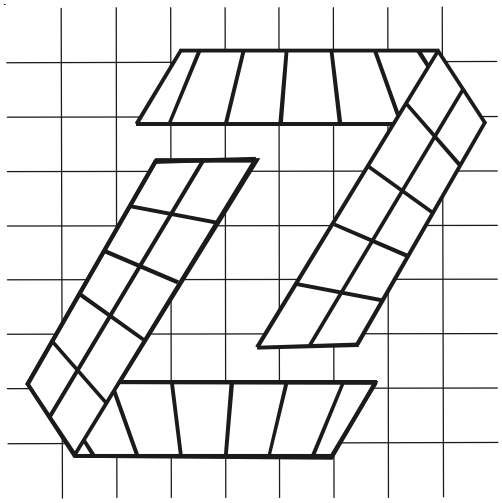
***Глава 7*. Цилиндры и конусы. Цилиндрические и конические поверхности вращения 241**
7.1. Беседа о том, что такое точка, линия, поверхность, пространство 242
7.2. Поверхность вращения. Цилиндрическая и коническая поверхности вращения 248
7.3. Прямые круговые цилиндры 250
7.4. Прямые круговые конусы 257
7.5. Цилиндры и конусы как тела вращения 264
7.6. Союз цилиндра и конуса 270

***Глава 8*. Цилиндры, конусы, шары. Сферические поверхности 275**
8.1. Сферическая (шаровая) поверхность. Шары 276
8.2. Площадь поверхности шара. Объём шара 285
8.3. Шары, конусы, цилиндры 289
8.4. Уникальные свойства сферы 293
8.5. О прочности сферических оболочек 297
8.6. Сфера и световые лучи 301

***Глава 9*. Земной шар и глобус 309**
9.1. Как велик наш земной шар? 310
9.2. Градусы на поверхности глобуса 313
9.3. Самый короткий путь из одной точки в другую на сфере 321
9.4. Где на земном шаре тени исчезают в полдень? 325
9.5. Можно ли вернуться во вчерашний день? 331

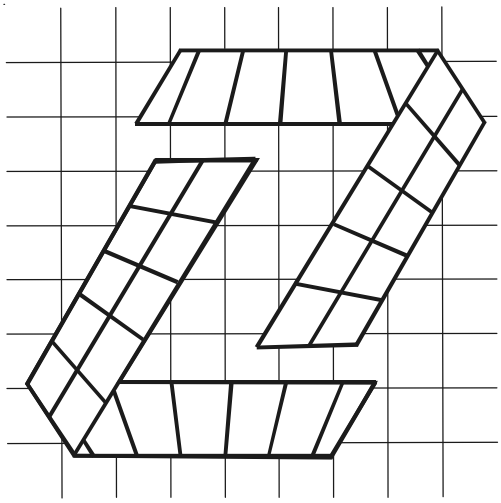
***Глава 10*. Такие разные линии, поверхности, тела 337**
10.1. Тор 338
10.2. Конические сечения 341
10.2.1. Эллипс 342
10.2.2. Гипербола 346
10.2.3. Парабола 350
10.3. Эллипсоиды, параболоиды, гиперболоиды 352
10.4. Разнообразие поверхностей и тел вращения 356

Ответы к задачам 358



Глава 1:

УГЛЫ НА ПЛОСКОСТИ



Учитель: Начиная изучать геометрию окружающего мира, мы прежде всего познакомимся с миром углов на плоскости.

Ученик: На какой плоскости?

Учитель: Вот, например, лежит на столе лист бумаги. Это плоскость или, правильнее сказать, кусочек плоскости. Мы изображаем углы на листе – значит, мы рассматриваем мир углов на плоскости.

Ученица: Но мы живем в пространстве. Мы и все предметы вокруг нас не плоские, а объёмные! Следовало бы знакомиться с миром углов в пространстве.

Учитель: Всему своё время. Сначала познакомимся с углами на плоскости. Позднее рассмотрим плоские углы в пространстве.

Ученик: Вообще-то мы с углами уже немного знакомы.

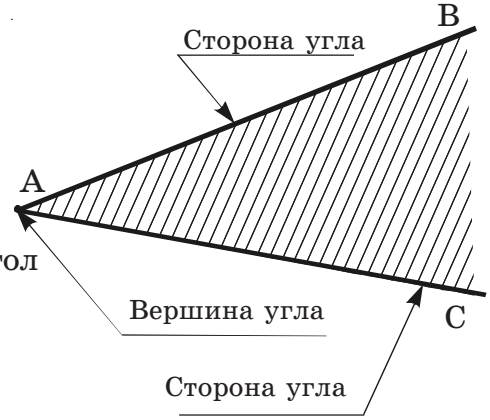
Учитель: Теперь познакомимся с ними более обстоятельно.

1.1. Что такое угол? Как рождаются углы и зачем они?

Чтобы изобразить на плоскости угол, надо из одной и той же точки провести два луча. Эту точку называют ***вершиной*** угла, а два луча – ***сторонами*** угла.

Угол – это геометрическая фигура, образованная двумя лучами, выходящими из одной точки.

Посмотри на чертёж: здесь угол заштрихован. Это угол ***BAC*** (пишут так: ***∠BAC***). Здесь ***A*** – вершина угла, ***AB*** и ***AC*** – стороны угла.



Ученик: Я вот посмотрел на чертёж и понял, что угол – *часть плоскости*, ограниченная двумя лучами, выходящими из одной точки. Эта часть плоскости как раз и заштрихована на чертеже!

Ученица: Но на чертеже заштрихована некоторая *площадь*! Разве у угла есть площадь?

Ученик: Конечно, нет! У угла нет никакой площади!

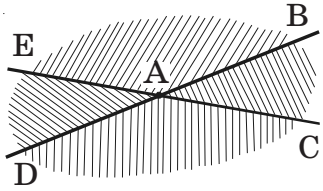
Ученица: Тогда, наверное, я чего-то не понимаю...

Учитель: Здесь уместно обсудить, как рождаются углы и зачем они нам. Проведём на плоскости две прямые линии. Возможны два случая.

Первый случай: ***параллельные прямые***

Первый случай: прямые не пересекаются друг с другом. Такие прямые называют ***параллельными***.

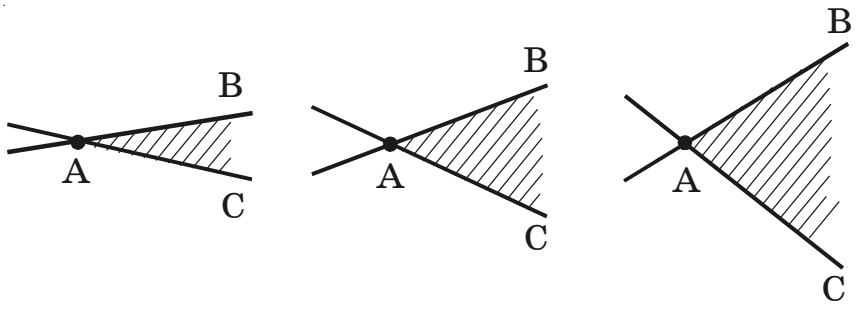
Второй случай: прямые пересекаются друг с другом. Это ***пересекающиеся*** прямые. При пересечении прямых как раз и рождаются углы! Посмотрите на чертёж: в результате пересечения прямых DB и EC родились несколько углов: ***∠EAB***, ***∠BAC***, ***∠DAC***, ***∠EAD***.



Второй случай: ***пересекающиеся прямые***

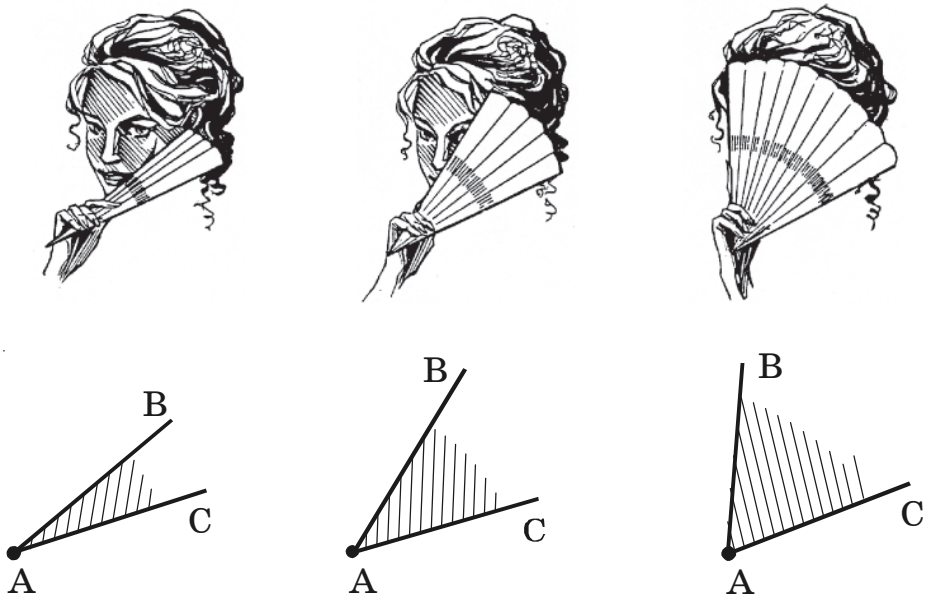
Впрочем, все эти углы нам сейчас не нужны. Будем рассматривать только один угол – угол BAC. Я изображу на чертеже три разных случая пересечения наших прямых.

Чем различаются эти случаи?

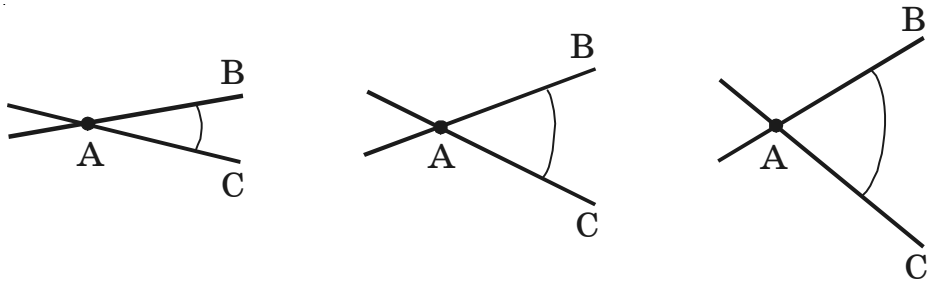


Ученица: Здесь прямые пересекаются под *разными* углами.

Ученик: Я понял: угол показывает нам, как именно произошло пересечение прямых! Как сильно оказались *раздвинутыми* пересекающиеся прямые! Ну, вроде того, как раскрывается веер! Он может быть *раскрыт* больше или меньше. На больший или на меньший угол.

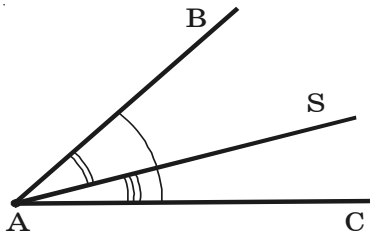


Учитель: Можно раздвинуть на какой-то угол руки. Можно раздвинуть на какой-то угол ножки циркуля. Более удобно показывать угол на чертеже не штриховкой, а при помощи дуги (кусочка окружности). Центр дуги (окружности) должен всякий раз совпадать с вершиной угла.



Ученик: Конечно, углы рождаются при пересечении прямых друг с другом. Но можно, наверное, предложить и другие способы рождения углов! Вот был у нас угол BAC. А я взял да провёл луч AS. И теперь у нас есть не только угол BAC, но ещё и углы BAS и SAC.

Учитель: Весьма интересное соображение. Давайте рассмотрим чертёж. В каких отношениях находятся друг с другом углы BAC, BAS и SAC?



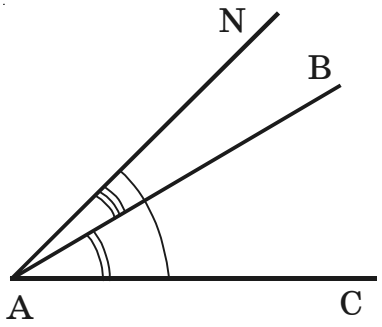
Ученица: Что значит «в каких отношениях»?

Учитель: Из чертежа следует, что углы BAS и SAC ***меньше*** угла BAC:

$$\angle BAS < \angle BAC;\ \angle SAC < \angle BAC.$$

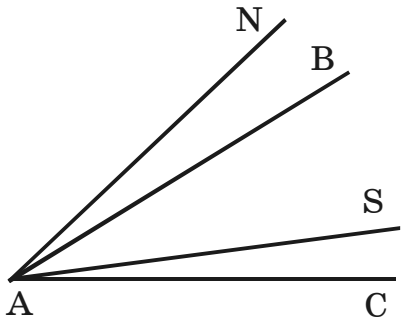
Кроме того,

$$\angle BAS + \angle SAC = \angle BAC;\ \angle BAC - \angle BAS = \angle SAC;$$
$$\angle BAC - \angle SAC = \angle BAS.$$



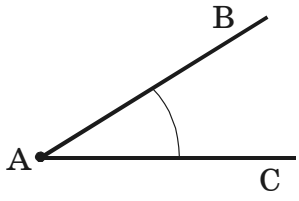
1.1

Перенеси чертёж в Рабочую тетрадь. Запиши, в каких отношениях находятся друг с другом углы BAC, NAB, NAC.

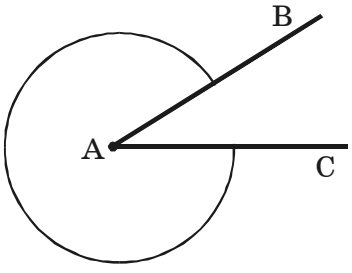


1.2

Перенеси чертёж в Рабочую тетрадь. Какие углы ты видишь на этом чертеже? Запиши, в каких отношениях находятся они друг с другом.



Ученик: Вообще-то непонятно, зачем на чертежах надо обязательно показывать углы с помощью дуг. Достаточно указать для угла три буквы – одну при вершине и две у сторон.



Учитель: Этого не всегда достаточно. Ведь два луча, выходящие из одной точки, задают не *один*, а *два* разных угла! Вот, прошу убедиться.

Ученик: С верхним углом все ясно. А вот насчет нижнего угла... Разве и такие углы бывают?

Учитель: По-видимому, пришло время выяснить, какие бывают углы.