

# ЗМІСТ

<b>ВСТУП.....</b>	<b>5</b>
<b>РОЗДІЛ 1</b>	
<b>ПОНЯТТЯ І МЕТОДОЛОГІЯ</b>	
<b>ЕКОНОМЕТРИЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ .....</b>	<b>6</b>
1.1 Поняття і завдання економетрії.....	6
1.2 Економетрична методологія .....	8
1.3 Суть регресійних моделей.....	10
1.4 Загальна лінійна стохастична модель (ЗЛСМ) .....	12
1.5 Методи оцінювання .....	15
1.5.1 Метод найменших квадратів (МНК) .....	15
1.5.2 Коефіцієнт детермінації.....	19
1.5.3 Метод максимальної правдоподібності (ММП).....	25
<b>РОЗДІЛ 2</b>	
<b>СТАТИСТИЧНИЙ АНАЛІЗ І ВИСНОВКИ</b>	
<b>МНОЖИННОЇ РЕГРЕСІЇ.....</b>	<b>27</b>
2.1 Довірчі інтервали параметрів регресії .....	27
2.2 Тест для перевірки параметрів на значимість.....	29
2.3 Перевірка статистичної значимості регресії в цілому .....	31
2.4 Дисперсійний аналіз (ANOVA) .....	33
2.5 Перевірка структурної стабільності. Тест Чоу (Chow test).....	34
2.6 Прогнозування за допомогою множинної регресії.....	35
<b>РОЗДІЛ 3</b>	
<b>ПОРУШЕННЯ ОСНОВНИХ ПРИПУЩЕНЬ</b>	
<b>РЕГРЕСІЙНОЇ МОДЕЛІ.....</b>	<b>38</b>
3.1 Проблема мультиколінеарності.....	38
3.2 Послаблення припущень про нормальний розподіл і нульове значення математичного очікування для похибки .....	40
3.3 Порухення гіпотези про постійну дисперсію похибки: випадок гетероскедастичності .....	41
3.4 Послаблення припущення про незалежність випадкових величин: автокореляція .....	45
<b>РОЗДІЛ 4</b>	
<b>ДИНАМІЧНІ МОДЕЛІ І ЛАГИ ЗМІННИХ.....</b>	<b>50</b>
4.1 Види динамічних моделей .....	50

4.2 Підхід Койка до дистрибутивно-лагових моделей .....	51
4.3 Модель часткових пристосувань .....	52
4.4 Модель адаптивних очікувань .....	53
<b>РОЗДІЛ 5</b>	
<b>ЕКОНОМЕТРИЧНІ МОДЕЛІ</b>	
<b>ДЛЯ ФІНАНСОВИХ ІНСТРУМЕНТІВ .....</b>	<b>56</b>
5.1 Метод головних компонент при мультиколінеарності .....	56
5.2 Гомоскедастичність, умовна і безумовна гетероскедастичність .....	58
5.3 Автокореляція. Тест Бройша-Годфрі .....	66
5.4 Метод максимальної правдоподібності .....	68
5.5 Логіт і пробіт моделі .....	71
5.6 Стаціонарні ряди. Ковзна середня.....	72
5.7 Ендогенність економетричної моделі .....	79
5.8 Байєсівський підхід у прогнозуванні .....	81
<b>РОЗДІЛ 6</b>	
<b>ПРИКЛАДНА ЕКОНОМЕТРИКА В RSTUDIO .....</b>	<b>87</b>
6.1 Аналіз даних в регресійній моделі засобами R.....	87
6.2 Лабораторні роботи.....	92
Лабораторна робота 1. Метод найменших квадратів в RStudio.....	92
Лабораторна робота 2. Перевірка гіпотез в RStudio.....	94
Лабораторна робота 3. Мультиколінеарність в RStudio .....	97
Лабораторна робота 4. Гетероскедастичність в RStudio.....	101
Лабораторна робота 5. Автокореляція в RStudio.....	104
<b>РОЗДІЛ 7</b>	
<b>ПОТОЧНИЙ І ПІДСУМКОВИЙ КОНТРОЛЬ</b>	
<b>З ДИСЦИПЛІНИ «ЕКОНОМЕТРИКА» .....</b>	<b>109</b>
Тема 1. Предмет, методи і завдання економетрії .....	109
Тема 2. Методи побудови загальної лінійної моделі .....	112
Тема 3. Лінійні моделі множинної регресії. Перевірка гіпотез.....	116
Тема 4. Мультиколінеарність. Гетероскедастичність.	
Автокореляція. Інструментальні змінні.....	120
Тема 5. Оцінка систем одночасних рівнянь. Динамічні моделі .....	123
Семестровий (підсумковий) контроль .....	126
<b>СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ .....</b>	<b>130</b>

# ВСТУП

Навчальний посібник «Економетрика в RStudio» призначений для підготовки здобувачів вищої освіти до застосування фундаментальних основ економетричного моделювання в аналізі даних із використанням мови програмування R та їх візуалізації в RStudio.

Посібник складається з трьох логічно пов'язаних частин: теоретичної, практичної і прикладної. Теоретична частина (розділи 1-4) ґрунтується на класичній економетричній методології, в основі якої - метод найменших квадратів і статистичний аналіз множинної регресії. Практична частина (розділ 5) ґрунтується на математичних моделях та їх застосуванні для фінансової економетрики. Математичні моделі практичної частини базуються на попередніх теоретичних розділах. Прикладна частина (розділи 6-7) включає 5 лабораторних робіт в RStudio із застосуванням коду на мові програмування R, поточний і підсумковий контроль для закріплення теоретичних і практичних знань з дисципліни. Лабораторні роботи демонструють можливості аналізу вбудованих і зовнішніх даних як в консольному режимі, так і з використанням скриптів.

Автор посібника при його підготовці застосовував результати свого стажування в Університеті Коїмбра (Португалія), практичні і тестові завдання, які застосовувалися в практиці викладання для економічних спеціальностей (економічна кібернетика, цифрова економіка та блокчейн), IT-спеціальностей кафедри інформатики, програмної інженерії та економічної кібернетики факультету комп'ютерних наук, фізики та математики Херсонського державного університету, а також досвід формування програмних результатів навчання здобувачів вищої освіти на дистанційних платформах навчання KSUonline, Херсонський віртуальний університет та інших.

# РОЗДІЛ 1

## Поняття і методологія економетричних досліджень

### 1.1 Поняття і завдання економетрії

Економетрія – статистичний і математичний аналіз економічних відносин, що використовується урядом для затвердження економічної політики, а також приватним бізнесом для прийняття рішень щодо цін і виробництва (Енциклопедія BRITANNICA).

Перші економетричні дослідження намагалися оцінити залежність між ціною товару та його проданою кількістю. Теоретично, попит індивідуальних покупців даних товарів та послуг залежить від їх доходу і відповідних цін на них, за якими покупці мають намір їх придбати. Очікується, що зміни в цінах і доходах мають достатньо вагомий вплив на обсяг продажів.

Перші економетричні дослідження використовували ринкову статистику, зібрану упродовж визначеного періоду часу для вивчення залежності між змінами у ціні та обсягом попиту. Інші використовували статистику сімейного бюджету, обмеженого певним рівнем доходу, щоб оцінити залежність між доходом і витратами. Такі дослідження показали рівень еластичності (нееластичності) обсягу попиту за ціною.

Для виробника економетричний аналіз досліджує функцію виробництва, функцію витрат і функцію пропозиції. Функція витрат є математичним виразом виробничих відносин між випуском фірми і різною комбінацією факторів виробництва. Найперший статистичний аналіз виробничої функції перевіряв маржинальну теорію і другий закон Госсена про граничні продуктивності праці і капіталу, тобто додаткову кількість продукції, вироблену «останнім» найнятим працівником або «останньою» одиницею використовуваного капіталу на останню витрачену грошову одиницю. Наступні роботи припускають, що ставка заробітної плати, пристосована під зміну ціни кінцевої продукції, відповідає продуктивності праці.

Дослідження в області функції витрат першочергово перевіряли теорію, що граничні витрати (приріст загальних витрат у результаті збільшення випуску) спочатку зменшуються, коли виробництво розширюється, але в кінцевому рахунку починають збільшуватися. Проте економетричні дослідження вказують, що граничні витрати часто залишаються майже постійними.

Праці з оцінки функції пропозиції обмежуються головним чином сільським господарством. Тут слід розрізняти вплив екзогенних факторів, таких як температура, опади від впливу ендогенних факторів, таких як зміни в цінах і факторах виробництва.

Найпростіше визначення економетрії:

Економетрія = еконо + метрія = економіка + вимірювання

Економетрія (Tinbergen G.)	дисципліна, що застосовує математичну статистику до економічних даних для емпіричного підтвердження побудованих моделей математичної економіки і для одержання кількісних результатів
Економетрія (Samuelson, P.A.)	кількісний аналіз фактичних економічних явищ, що ґрунтується на співпадінні теорії і спостережень, пов'язаний із відповідними методами інтерпретації
Економетрія (Goldberger, A.S.)	соціальна наука, в якій інструменти економічної теорії, математики і статистики застосовуються для аналізу економічних явищ
Економетрія (Theil, H.)	спрямована на емпіричне підтвердження економічних законів
<b>Висновок</b>	економетрія сполучає економічну теорію, математичну економіку, економічну і математичну статистику, застосовує кількісні методи для вимірювання економічних зв'язків

Відмінності предмету дослідження економетрії:

<b>Економічна теорія</b>	формулює твердження або гіпотези, як правило, в якісній формі, але не забезпечує числового вимірювання залежності економічних показників, що є завданням економетрії
<b>Математична економіка</b>	виражає економічну теорію в математичній формі безвідносно до вимірювання або емпіричної перевірки теорії. Економетрія використовує математичні рівняння у формі, придатній до емпіричної перевірки
<b>Економічна статистика</b>	займається збором, обробкою і представленням економічних даних у формі таблиць. Ці дані є матеріалом для перевірки економічних теорій
<b>Математична статистика</b>	забезпечує багато інструментів, що використовуються в економетрії. Одержані дані мають похибки вимірювання, для роботи з якими економетрія використовує спеціальні методи, не властиві математичній статистиці

Аспекти економетрії:

- 1) економічна теорія;
- 2) прикладна економетрія.

Головні задачі економетрії:

1. Забезпечує кількісний аналіз.
2. Підтверджує чи спростовує положення економічної теорії.

Економічна теорія визначає економічні зв'язки кількісним і не кількісним способами:

$C = +f(Y_d)$	споживання є зростаючою функцією використовуваного доходу
$Q_d = -f(P)$	обсяг попиту на товар є спадною функцією його ціни
$Q_s = +f(P)$	обсяг пропозиції товару є зростаючою функцією його ціни
$I = f(+dY, -r)$	інвестиції позитивно залежать від зміни доходу і негативно від відсоткової ставки.

Економічна теорія не встановлює жодних кількісних зв'язків між економічними змінними.

Економетрія вимірює кількісний вплив (ефект) на економічні зв'язки.

## 1.2 Економетрична методологія

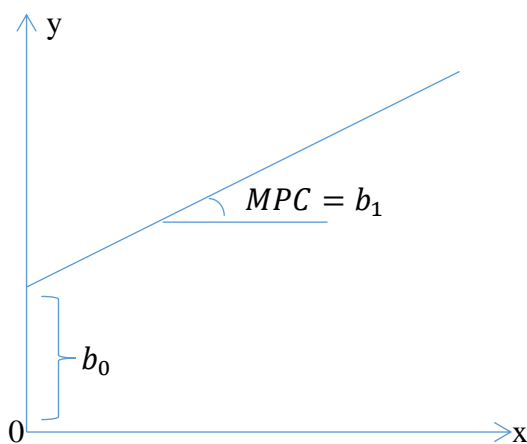
Традиційна (класична) методологія економетрії:

1. Формулювання теорії або гіпотези.
2. Специфікація математичної моделі даної теорії (гіпотези).
3. Специфікація економетричної моделі даної теорії (гіпотези).
4. Одержання числових даних.
5. Оцінка параметрів економетричної моделі.
6. Перевірка гіпотез.
7. Прогнозування за допомогою моделі.
8. Застосування моделі в прикладних цілях.

Розглянемо наступний приклад у відповідності до класичної методології економетричного дослідження:

1. Дж.М. Кейнс: «Основний психологічний закон полягає в тому, що люди схильні в середньому збільшувати споживання, коли їх дохід зростає, але в меншій мірі, ніж зростання їхнього доходу», тобто гранична схильність до споживання знаходиться на одиничному проміжку:  $0 < MPC < 1$ .
2. Залежність споживання від доходу можна представити у вигляді лінійної моделі:  $y = b_0 + b_1 \cdot x$ , де  $MPC = b_1$ ,  $x$  – розмір доходу (грн.),

тобто незалежна, пояснююча, екзогенна, зовнішня змінна,  $y$  – величина споживання (грн.), тобто залежна, ендогенна змінна,  $b_0$  и  $b_1$  – параметри моделі,  $b_0$  – перетин,  $b_1$  – нахил (рис. 1.1).



**Рис. 1.1. Графік залежності споживання від рівня доходу**

3. Математична модель припускає існування функціонального зв'язку між  $y$  та  $x$ . Але зв'язок між економічними змінними не є функціональним, а є стохастичним, тобто одному значенню пояснюючої змінної відповідає розподіл значень залежної змінної із визначеними ймовірностями. На графіку 1.1. деякі точки лежатимуть нижче, а деякі – вище теоретичного рівняння прямої, оскільки інші змінні (окрім доходу) також впливатимуть на рівень споживання (розмір сім'ї, вік її членів, релігія тощо). Тому економетрична модель має вигляд:  $y = b_0 + b_1 \cdot x + u$ , де  $u$  – похибка, що включає вплив усіх тих змінних, що впливають на споживання, але явно не включені в модель.
4. Дані беруться за певні роки для таких макроекономічних показників як витрати на сукупне споживання і сукупний дохід, що є загальним знанням (наприклад,  $T=12$  років). Для мікроекономічних досліджень складність у перевірці гіпотез може обумовлюватися конфіденційністю інформації, що належить приватним компаніям і є приватним знанням.
5. Для обчислення параметрів (оцінок) економетричних моделей як основний інструмент використовується регресійний аналіз (а саме метод найменших квадратів МНК). На основі статистичних даних IMF одержимо для США за 12 років:

$$\hat{y} = -231,8 + 0,7194 \cdot x, \quad (1.1)$$

де  $\hat{y}$  – оцінені витрати (знак « $\hat{\phantom{y}}$ » означає «оцінений»),  $b_1 = 0,7194$  показує, що підвищення доходу в середньому на 1 грн. підвищує витрати на споживання на 0,72 грн.

6. Необхідно перевірити гіпотезу на статистичну значимість, що параметр  $MPC = b_1 = 0,7194$  менше за одиницю. У разі підтвердження цієї гіпотези дану модель можна застосовувати для прогнозування і прикладних цілей.
7. Якщо  $x = 6000$  грн, то  $\hat{y} = -231,8 + 0,7194 \cdot 6000 = 4084,6$  грн. Модель дозволяє спрогнозувати вплив податків на доходи  $x$ , а отже і рівень споживання  $y$ . Визначимо мультиплікатор державних витрат  $\mu = \frac{1}{1-MPC}$ . Після підстановки одержимо  $\mu = \frac{1}{1-0,72} \approx 3,57$ . Тож при збільшенні державних витрат на 1 грн, дохід збільшиться на 3,57 грн.
8. Якщо уряд вважає, що при рівні витрат  $y = 4000$  грн безробіття утримається на рівні 6,5%, то можна визначити, який рівень доходу гарантуватиме таку суму витрат:

$$4000 = -231,8 + 0,7194 \cdot x,$$

$$x = 5882 \text{ грн.}$$

Отже, модель може бути використана для контролю або цілей державної політики. Передбачення корисні на мікроекономічному рівні для розвитку нових стратегій підприємств, а на макроекономічному – для розвитку економічної політики.

### 1.3 Суть регресійних моделей

**Регресійний аналіз** стосується вивчення залежностей між однією залежною змінною та однією або більше незалежними (пояснюючими) змінними з метою оцінки або прогнозування математичного очікування залежної змінної у термінах відомих або фіксованих значень незалежних змінних.

**Стохастичні і функціональні зв'язки.** В регресійному аналізі існує стохастична, а не функціональна залежність між змінними. Функціональний зв'язок означає, що кожному значенню  $x$  відповідає єдине значення  $y$  і навпаки. Стохастичний зв'язок існує, коли кожному значенню  $x$  відповідає розподіл значень  $y$ ; кожне значення  $y$  має свою ймовірність появи; значення  $y$  ніколи не може бути передбачене точно.

**Регресія і причинно-наслідковий зв'язок.** Регресійний аналіз має справу з залежністю однієї змінної від інших, але не завжди означає причинно-наслідкові зв'язки. Щоб виявити причинно-наслідкові зв'язки, необхідно задіяти теоретичний аналіз.

**Регресія і кореляція** тісно пов'язані, але кореляційний і регресійний аналіз суттєво відрізняються. Мета кореляційного аналізу – вимірювання ступеня лінійного взаємозв'язку між двома змінними. Коефіцієнт кореляції вимірює ступінь такого лінійного взаємозв'язку. Регресійний аналіз оцінює або прогнозує середнє значення однієї змінної під впливом фіксованих значень інших змінних. Тож у регресійному аналізі залежна змінна