

Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

Ю. О. Карпов Ю. Г. Ведміцький В. В. Кухарчук

Теоретичні основи електротехніки
ЕЛЕКТРОМАГНІТНЕ ПОЛЕ

За редакцією професора Ю. О. Карпова

Затверджено Міністерством освіти і науки України як підручник для студентів електротехнічних, електроенергетичних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів

Стереотипне видання

Херсон
ОЛДІ-ПЛЮС
2017

УДК 621.3
ББК 31.211я73
К 26

*Копіювання, сканування, запис на електронні носії і
тому подібне, книжки в цілому, або будь-якої
її частини заборонено*

*Затверджено Міністерством освіти і науки України
(лист № 14/18-Г-509 від 05.04.2007)*

Рецензенти:

В. І. Сенько, д.т.н., професор (НТУУ «КПІ»)
П. Г. Стахів, д.т.н., професор (НУ«Львівська політехніка»)
Ю. О. Скрипник, д.т.н., професор (КНУТД)
В. І. Шеховцов, професор (НТУУ «КПІ»)

Карпов Ю. О., Ведміцький Ю. Г., Кухарчук В. В.

К 26 Теоретичні основи електротехніки. Електромагнітне поле: Підручник/
за ред. проф. Ю. О. Карпова – Стереотип. вид. – Херсон : ОЛДІ-ПЛЮС,
2017. – 338 с.

ISBN 978-966-289-006-8

В підручнику викладено теорію електромагнітного поля і наведено велику кількість прикладів теоретичного та практичного спрямування, які зустрічаються в електротехніці, електроенергетиці, електромеханіці, радіотехніці, засобах автоматики та вимірювальної техніки. Матеріал подано в обсязі, необхідному для проведення теоретичних та технічних розрахунків із застосуванням сучасного програмного забезпечення. Книга розрахована на студентів, аспірантів та викладачів електротехнічних, електроенергетичних та електромеханічних спеціальностей, а також може бути корисною інженерам, які займаються теорією електромагнітного поля.

ISBN 978-966-289-006-8

УДК 621.3

© Ю.О. Карпов, Ю.Г. Ведміцький, В.В. Кухарчук, 2017

ЗМІСТ

ВСТУП.....	8
------------	---

ЕЛЕКТРИЧНЕ ПОЛЕ

Розділ 1. ЕЛЕКТРОСТАТИЧНЕ ПОЛЕ.....	17
1.1 Закон Кулона.....	17
1.2 Напруженість електричного поля.....	18
1.3 Теорема Гаусса.....	21
1.4 Поляризація діелектриків.....	25
1.5 Потенціал електростатичного поля.....	29
1.6 Зв'язок між потенціалом і напруженістю поля.....	33
1.7 Рівняння Пуассона і Лапласа.....	34
1.8 Граничні умови на поверхні поділу двох діелектриків.....	36
1.9 Граничні умови на поверхні поділу діелектрика і провідника.....	40
1.10 Електрична ємність провідного тіла.....	41
1.11 Енергія електростатичного поля.....	42
1.12 Сили в електростатичному полі, які діють на заряджені тіла.....	46
1.13 Теорема єдиності розв'язку.....	48
Розділ 2. МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ ЕЛЕКТРОСТАТИЧНОГО ПОЛЯ... 51	51
2.1 Характеристика задач електростатики та методів їхнього розв'язування.....	51
2.2 Застосування співвідношень, які пов'язані із законом Кулона і методом накладання.....	52
2.3 Застосування теореми Гаусса.....	57
<i>Електростатичне поле ізольованої зарядженої провідної кулі.....</i>	<i>57</i>
<i>Поле діелектричної зарядженої кулі.....</i>	<i>59</i>
<i>Поле зарядженої осі.....</i>	<i>61</i>
<i>Поле нескінченної провідної площини.....</i>	<i>63</i>
<i>Електростатичне поле плоского конденсатора.....</i>	<i>64</i>
<i>Плоский конденсатор з двошаровим діелектриком.....</i>	<i>66</i>
<i>Електростатичне поле коаксіального кабелю.....</i>	<i>68</i>

<i>Електростатичне поле двопровідної повітряної лінії</i>	70
<i>Електростатичне поле провідних паралельних циліндрів</i>	77
<i>Електричне поле системи провідний циліндр – провідна площина</i>	79
2.4 Метод дзеркальних зображень.....	80
<i>Поле поодинокого провідника, що знаходиться над поверхнею землі</i>	80
<i>Поле зарядженої осі, що знаходиться поблизу плоскої межі поділу двох діелектриків</i>	82
2.5 Розподіл потенціалів і зарядів в системі заряджених тіл.....	84
<i>Потенціальні коефіцієнти та ємність трифазної лінії передачі</i> ...	89
2.6 Застосування рівнянь Пуассона і Лапласа.....	92
<i>Поле сферичного конденсатора з двошаровим діелектриком</i>	98
<i>Поле між двома зарядженими пластинами, що розташовані одна відносно одної під кутом</i>	100
2.7 Метод відокремлювання змінних	103
2.7.1 Електричне поле діелектричного довгого циліндра в рівномірному полі	104
2.7.2 Провідний циліндр в рівномірному електричному полі	111
2.7.3 Куля в однорідному електростатичному полі	112
2.8 Метод середніх потенціалів	116
2.9 Приклади розрахунку та моделювання електричного поля в математичному середовищі Mathcad	125
2.9.1 Побудова картини електричного поля. Теоретичні засади.....	125
2.9.2 Приклади побудови картини електричного поля.....	129
2.9.3 Приклади розрахунку напруженості та потенціалу електричного поля.....	141
Розділ 3. ЕЛЕКТРИЧНЕ ПОЛЕ ПОСТІЙНИХ СТРУМІВ В ПРОВІДНОМУ СЕРЕДОВИЩІ	150
3.1 Електричний струм. Густина електричного струму	150
3.2 Закон Ома в диференціальній формі.....	152
3.3 Напруженість сторонніх сил. Електрорушійна сила	153
3.4 Закони Кірхгофа в диференціальній формі	156

3.5 Диференціальна форма закону Джоуля-Ленца	159
3.6 Електричне поле в провідному середовищі на межі двох середовищ	160
3.7 Аналогія між електричним полем в провідному середовищі і електростатичним полем	162
3.8 Приклади розрахунку електричних полів в провідному середовищі ...	165

МАГНІТНЕ ПОЛЕ

Розділ 4. МАГНІТНЕ ПОЛЕ ПОСТІЙНИХ СТРУМІВ	177
4.1 Закон Біо-Савара	177
4.2 Закон повного струму	180
4.3 Магнітний потік	184
4.4 Намагнічування речовини	185
4.5 Скалярний і векторний магнітні потенціали	189
4.6 Магнітне поле на межі двох середовищ	194
4.7 Електромагнітна індукція	198
4.8 Індуктивність. Взаємна індуктивність	203
4.9 Енергія магнітного поля	206
4.10 Механічні сили в магнітному полі	211
4.11 Аналогія математичних співвідношень між параметрами магнітних і електростатичних полів	216

Розділ 5. МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ МАГНІТНИХ ПОЛІВ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ	218
--	------------

5.1 Стисла характеристика задач та методів розрахунку магнітних полів	218
5.2 Використання закону Біо-Савара	218
<i>Магнітне поле прямолінійного провідника зі струмом</i>	218
<i>Магнітне поле колового витка зі струмом I</i>	220
<i>Магнітне поле соленоїда</i>	222
5.3 Використання закону повного струму	225
<i>Магнітне поле довгого поодинокого прямолінійного проводу</i>	225
<i>Магнітне поле двопровідної лінії</i>	230

5.4 Використання рівнянь Пуассона та Лапласа	232
<i>Магнітне поле поодинокого прямолінійного проводу з постійним струмом</i>	232
<i>Магнітне поле пустотілого циліндричного провідника з постійним струмом</i>	235
<i>Феромагнітна труба в магнітному полі. Магнітне екранування</i>	238
<i>Перехід магнітного поля з одного середовища в інше</i>	242
5.5 Розрахунок індуктивностей та взаємних індуктивностей.....	243
<i>Індуктивність двопровідної лінії</i>	243
<i>Магнітне поле котушки, витки якої намотані на феромагнітне осердя кільцеподібної форми прямокутного перерізу</i>	244
<i>Взаємна індуктивність між проводами двопровідної лінії та рамкою</i>	246
<i>Взаємна індуктивність між лінією електропередачі та лінією зв'язку</i>	247
<i>Розрахунок індуктивності прямокутної рамки методом ділянок</i>	249
<i>Індуктивність розщепленого проводу</i>	251
5.6 Енергія і механічні сили в магнітному полі	252
<i>Енергія і сила в тороїдальній котушці, намотаній на стальне осердя із зазором</i>	252
<i>Сила взаємодії між двома паралельними проводами зі струмом</i>	254
<i>Розрахунок електромагніта</i>	255
5.7 Приклади розрахунку та моделювання магнітного поля в математичному середовищі Mathcad	257

ЕЛЕКТРОМАГНІТНЕ ПОЛЕ

Розділ 6. РІВНЯННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ	273
6.1 Стислі зауваження до характеристики електромагнітного поля.....	273
6.2 Узагальнене поняття електричного струму.....	273
6.3 Неперервність повного струму	276
6.4 Перше та друге рівняння Максвелла.....	279
6.5 Повна система рівнянь електромагнітного поля.....	281
6.6 Рівняння Д'Аламбера.....	283

6.7 Запізнілі електродинамічні потенціали	285
Розділ 7. ПЕРЕДАВАННЯ ЕНЕРГІЇ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИМ ПОЛЕМ	289
7.1 Теорема Умова - Пойнтінга	289
7.2 Передавання енергії коаксіальним кабелем	292
7.3 Поширення електромагнітної енергії двопровідною лінією	296
7.4 Випромінювання електромагнітних хвиль.....	299
Розділ 8. ПЛОСКІ ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ ХВИЛІ	309
8.1 Рівняння плоскої хвилі	309
8.2 Гармонічні плоскі хвилі в ідеальному діелектрику.....	311
8.3 Гармонічні плоскі хвилі в провідному середовищі.....	315
8.4 Поверхневий ефект	319
Розділ 9. ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ З ТЕОРІЇ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ	323
ЛІТЕРАТУРА	336

ВСТУП

Теорія електромагнітного поля, яка вивчається в дисципліні теоретичних основ електротехніки, має за мету якісне і кількісне дослідження електромагнітних полів, що зустрічаються в різних електротехнічних пристроях. Широка сфера застосування електромагнітних процесів роблять цю теорію важливим інструментом пізнання законів природи.

Як відомо з фізики, усі тіла в природі складаються з елементарних частинок, які між собою пов'язані різною взаємодією. Однією з форм такої взаємодії є *електромагнітна*, яка проявляє себе в силах відштовхування або притягання між частинками речовини.

Ті частинки, яким притаманні такі властивості, називаються електрично зарядженими. До елементарних електричних частинок, наприклад, відносять електрони і протони. Здатність електрично заряджених частинок до електромагнітного впливу (дії) оцінюється кількістю *електричного заряду* даної частинки. Завдяки тому, що електрично заряджені частинки можуть відштовхуватись або притягуватись, розрізняють *позитивні (додатні)* і *негативні (від'ємні)* заряди. Однойменно заряджені частинки відштовхуються, різнойменно – притягуються. Найменший негативний заряд має електрон, а найменший позитивний – протон. Кількісно заряди електрона і протона рівні між собою.

В електротехнічній практиці за одиницю кількості електрики приймають *кулон* (Кл), який містить $6,2 \cdot 10^{18}$ зарядів електрона. Величину електричного заряду прийнято позначати буквою q або Q .

Якщо тіло складається з однакової кількості рівномірно розподілених електронів і протонів, то в цілому таке тіло електрично нейтральне. Зарядженим тіло буде тільки у випадку отримання ним надлишку зарядів будь-якого знака.

Елементарні електричні частинки входять до складу атомів і молекул речовин, але можуть також знаходитись і у вільному стані. Вони знаходяться в неперервному русі і навколо них є *електромагнітне поле*, завдяки чому електричні частинки взаємодіють одна з одною.

Заряджені частинки і електромагнітне поле нерозривно зв'язані, впливають одне на одного і є двома різними видами матерії. Відмінність між частинками і полем як видами матерії полягає в такому. Частинки речовини дискретні і займають деяку обмежену область простору. Зайнятий об'єм простору однією частинкою не може бути одночасно зайнятим другою частинкою. Електромагнітні поля неперервні, займають весь простір і є взаємопроникними, тобто можуть накладатися один на одного. Частинки речовини під дією зовнішніх сил можуть переміщуватися в просторі з різними швидкостями, в той час коли електромагнітні поля завжди розповсюджуються тільки з однією швидкістю – швидкістю світла в даній речовині.

Область простору, в якій відсутні частинки матерії (речовини), прийнято називати *пустотою*.

Електромагнітне поле характеризується наявністю електричного і магнітного полів, зв'язаних неперервним взаємним перетворенням. Ці поля являють собою дві сторони одного електромагнітного поля і є різними його проявами. Роз-

поділ електромагнітного поля на дві його складові умовний, він залежить перш за все від системи координат, в якій проводяться дослідження. Спостерігач, який знаходиться в одній системі координат з нерухомим зарядом, спостерігатиме тільки електричне поле, тоді як спостерігач, який знаходиться в другій системі координат, яка рухається з певною швидкістю відносно першої, спостерігає в цьому ж просторі і електричне і магнітне поля.

В процесі вивчення електромагнітного поля доцільно розглядати спочатку окремо незмінне в часі електричне поле і його взаємодію з нерухомими зарядженими тілами. Потім досліджувати незмінне в часі магнітне поле і його взаємодію з тілами, по яких протікає постійний струм. Після цього доцільно перейти до вивчення законів електромагнітного поля і розповсюдження електромагнітних хвиль.

Більшість фізичних величин, які характеризують електромагнітне поле, являють собою вектори, тому висвітлюємо основні положення векторної алгебри.

Векторна величина або вектор характеризується не тільки числовим значенням цієї величини, але і напрямком її дії в просторі. Її позначають буквою з стрілкою зверху, наприклад, \vec{A} . Буква без стрілки (A) характеризує числове значення (модуль) вектора. Вектор можна записати у вигляді:

$$\vec{A} = A \vec{a}^\circ,$$

де \vec{a}° – одиничний вектор (орт), направлений так само, як і вектор \vec{A} .

В тривимірному просторі будь-який вектор можна виразити через його проекції на три координатні осі.

В *прямокутній системі координат* (рис. В.1, а) одиничні вектори позначають так:

- осьовий \vec{i} (в напрямку вздовж осі x);
- осьовий \vec{j} (в напрямку вздовж осі y);
- осьовий \vec{k} (в напрямку вздовж осі z).

Отже, якщо позначити проекції вектора \vec{A} на осі координат відповідно A_x , A_y , A_z , то

$$\vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k}. \quad (\text{В.1})$$

В процесі розв'язування конкретних задач часто зручніше використовувати *циліндричну* (рис. В.1, б) або *сферичну* (рис. В.1, в) системи координат.

В *циліндричній системі координат* (r, α, z) одиничні вектори позначають:

- радіальний \vec{l}_r ;
- дотичний \vec{l}_α ;
- осьовий \vec{k} ,

в *сферичній системі* (r, θ, α) координат:

- радіальний \vec{l}_r ;
- меридіанний \vec{l}_θ ;
- довготний \vec{l}_α .

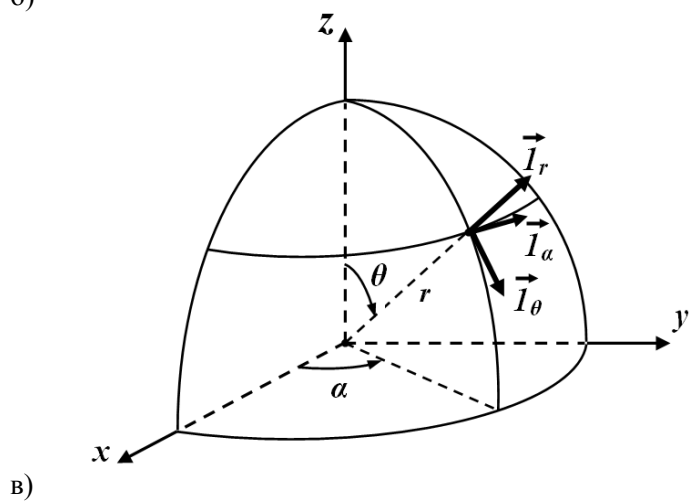
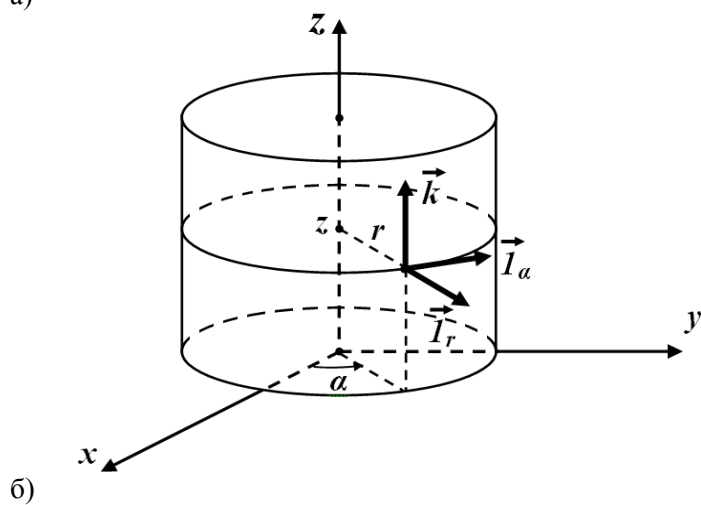
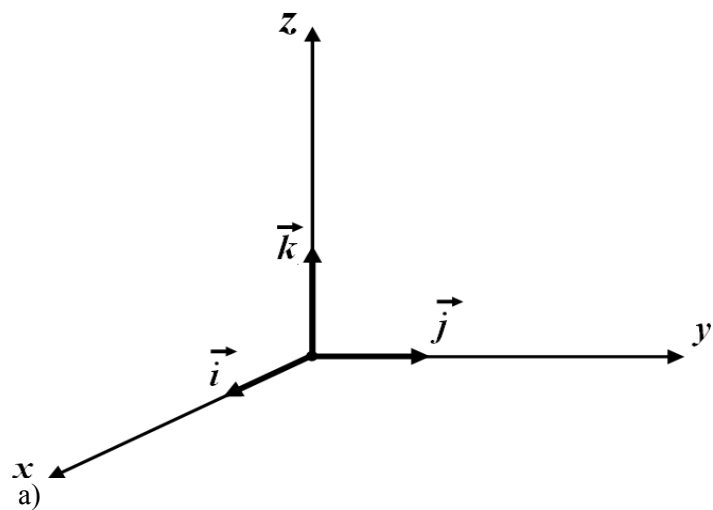


Рисунок В.1