

Зміст

Передмова	4
Розділ 1. Компонентні співвідношення. Закони Кірхгофа	7
Розділ 2. Лінійні кола однофазного синусоїдного струму	27
Розділ 3. Еквівалентні перетворення в електричних колах	49
Розділ 4. Методи розрахунку електричних кіл	68
Розділ 5. Резонансні явища	87
Розділ 6. Кола з індуктивно-зв'язаними вітками	103
Розділ 7. Трифазні електричні кола	123
Розділ 8. Чотириполюсники. Прості електричні фільтри	148
Розділ 9. Електричні кола за несинусоїдних напруг і струмів	167
Розділ 10. Кола з розподіленими параметрами в усталеному режимі	189
Розділ 11. Елементи синтезу лінійних двополюсників	208
Розділ 12. Класичний метод розрахунку перехідних процесів в лінійних колах	230
Розділ 13. Операторний метод розрахунку перехідних процесів в лінійних колах	269
Розділ 14. Використання перехідних та імпульсних характеристик для розрахунку перехідних процесів	294
Розділ 15. Перехідні процеси в електричних колах з розподіленими параметрами	314
Література	344

ПЕРЕДМОВА

Успішне вивчення та оволодіння матеріалом будь-якого технічного курсу, в тому числі й курсу «Теорія електричних кіл» можливе тільки за умови виконання таких положень:

1. Засвоєння теоретичної частини курсу, тобто *знання* та *розуміння* законів і теорем теорії електричних кіл, а також основних формул і співвідношень, що пов'язують параметри, які характеризують процеси в електричних колах;

2. На основі накопиченої суми знань формування стійких *навичок та вміння* використовувати отримані теоретичні знання для розв'язання тих або інших практичних завдань.

Необхідно зважити на те, що друга умова набагато важливіша за першу, оскільки знання в чистому вигляді при необхідності завжди можна поповнити або відновити за допомогою відповідних підручників і численних довідкових посібників. Розв'язування ж практичних задач потребує дещо інших знань, умінь та навичок. Розвивати в собі ці навички можливо тільки шляхом регулярного розв'язання практичних вправ та задач. Саме така *самостійна робота* сприяє набуванню навичок творчого і незалежного мислення, критичного аналізу та обробки отриманих результатів розрахунку.

У пропонованому навчальному посібнику, який узагальнює багаторічний досвід викладання курсу ТОЕ у Вінницькому національному технічному університеті, зроблена спроба *розкрити сам процес* розв'язування деяких практичних задач аналізу електричних кіл, що, на наш погляд, допоможе студентам засвоїти методику виконання другої умови.

Зрозуміло, що немає і не може бути єдиного *універсального методу* розв'язування задач різних типів. Очевидним є і те, що розв'язувати задачі можна лише попередньо вивчивши теоретичний матеріал, скориставшись відповідними підручниками, серед яких ми особливо рекомендуємо [1-12], та опираючись на постійну практику і орієнтуючись на вже розв'язані та проаналізовані приклади. Для цього в даному навчальному посібнику зібрано досить багато вдалих зразків вправ і задач, демонстрація та аналіз розв'язків яких дозволяє спробувати свої сили у випадках розв'язування більш складних прикладів. З цією ж метою в збірник включені головним чином учбово-навчальні задачі, підібрані таким чином, що під час їх розв'язування можна було б в більш доступній формі та яскравіше відтінити особливості застосування того чи іншого методу розрахунку.

Іншою особливістю посібника є те, що в ньому наведено не просто розв'язки цих задач, а в кожному конкретному випадку пропонується *методологічний розбір та аналіз самого процесу розв'язування задачі*.

Потрібно також зважити на те, що повністю орієнтуватися на вже розв'язану задачу можливо лише тоді, коли розв'язувана задача схожа на зразок. Проте наведена при розгляді задачі логіка та послідовність кроків допоможуть при аналізі задач інших типів.

В запропонованому посібнику усі задачі є *навчально-практичними*, тобто не завжди відображають реально існуючі електротехнічні пристрої або схеми. Усі задані параметри в такого роду задачах повинні бути використані в процесі їх

розв'язування. В чисто практичних задачах проблема підбору вихідних даних для розв'язування не завжди є простим завданням.

В кожному розділі спочатку розглядаються найпростіші та нескладні задачі, які майже завжди розв'язуються шляхом безпосереднього застосування якого-небудь правила або закону, або підстановкою числових даних у відоме співвідношення. Зрозуміло, що для правильного розв'язку задачі необхідно добре знати фізичний зміст літерних позначень у формулах та правильно підставляти числові дані, пам'ятаючи, що одиниці вимірювання прийнято використовувати в Міжнародній системі одиниць СІ. В наших задачах вимірюються: напруга у *вольтах* (В), струм в *амперах* (А), опір в *омах* (Ом), індуктивність в *генрі* (Гн), ємність у *фарадах* (Ф), активна потужність у *ватах* (Вт), реактивна потужність у *вольт-амперах реактивних* (вар), повна потужність у *вольт-амперах* (ВА), частота в *герцах* (Гц), час в *секундах* (с), магнітний потік у *веберах* (Вб), магнітна індукція в *теслах* (Тл), напруженість магнітного поля в *амперах на метр* (А/м).

В деяких випадках електротехнічні величини вимірюють в кратних або частинних одиницях. Для цього застосовують спеціальні приставки: 10^9 – *гіга* (Г); 10^6 – *мега* (М); 10^3 – *кіло* (к); 10^{-3} – *мілі* (м); 10^{-6} – *мікро* (мк); 10^{-9} – *нано* (н); 10^{-12} – *піко* (п).

Задачі підвищеної складності потребують поглибленого знання теорії, більш уважного та вдумливого підходу і, перш за все, необхідності зрозуміти задачу, її суть. Слід чітко розрізняти, яке невідоме (або невідомі) потрібно знайти, що задано, за допомогою яких співвідношень можна пов'язати між собою відомі та невідомі величини. В багатьох випадках необхідно скласти систему рівнянь, використовуючи відомі правила та закони.

Дуже часто задачі мають декілька варіантів розв'язку. В таких випадках бажано розглянути всі можливі способи, а потім вибрати оптимальний в певному сенсі (наприклад, висока точність розрахунку, мінімальна кількість рівнянь в системі, менші витрати часу на розв'язування та інше).

Застосування всіх запропонованих вище рекомендацій буде докладно продемонстровано в ході методичного розбору задач різного ступеня складності. В кінці кожного розділу наведено задачі для самостійного розв'язування, а в кінці умови до кожної із задач подано відповіді до них. В окремих випадках пропонуються короткі методичні підказки.

За умови розв'язання задач, запропонованих для самостійної роботи, в необхідних випадках потрібно звертатися до відповідних розділів підручника і до вже розв'язаних задач схожого типу.

Відзначимо, що короткі теоретичні відомості, які б відповідали змісту задач кожного з розділів, ми вважаємо наводити недоцільним, головним чином тому, що весь теоретичний матеріал повніше і детальніше викладений у відповідних підручниках і навчальних посібниках.

У тих задачах, де потрібен значний об'єм обчислень, хід та послідовність обчислювальних операцій, як правило, не наводиться, а лише підставляються числові значення у відповідних одиницях вимірювання та наводиться остаточний результат. В пропонованому посібнику розглядаються відносно прості задачі, під час розв'язування яких для отримання числових значень шуканих величин доста-

тньо скористатися калькулятором.

Слід зазначити, що посібник подібного типу є першим, що видається українською мовою, що свідчить про його своєчасність та корисність. Автори також сподіваються, що пропонований навчальний посібник буде корисним не тільки для студентів, а й для аспірантів, інженерів та викладачів вищих навчальних закладів.

Автори висловлюють щирю подяку рецензентам д.т.н., проф. кафедри «Теоретичних основ електротехніки» Національного технічного університету України «КПІ» Сеньку В. І, д.т.н., проф., завідувачу кафедри «Радіоелектронних пристроїв та систем» Національного авіаційного університету Сібрику Л. В., д.т.н., проф., завідувачу кафедри «Систем автоматизованого управління електроприводу» Кременчуцького національного університету ім. М. Остроградського Родькіну Д. Й. за корисні поради та рекомендації.

Автори з великою подякою сприймуть і врахують в своїй подальшій роботі всі висловлені зауваження, які можна направляти за адресою: 21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, ВНТУ.

Колектив авторів

Розділ 1

КОМПОНЕНТНІ СПІВВІДНОШЕННЯ. ЗАКОНИ КІРХГОФА

Для розв'язання завдань цього розділу потрібно знати компонентні співвідношення, закони Кірхгофа та поняття про топологію схем.

1.1 Струм, що протікає через індуктивність $L = 0,5$ Гн, визначається виразом $i = 2(1 - e^{-0,5t})$ А. Знайти закон зміни напруги на індуктивності залежно від часу, енергію магнітного поля та напругу на індуктивності в момент, коли миттєве значення струму дорівнює $i_1 = 1,2$ А.

Розв'язування

За умовою задачі необхідно знайти три невідомі. Перші дві знаходяться безпосереднім застосуванням відомих формул.

1. Напруга на індуктивності пов'язана зі струмом компонентним співвідношенням $u = L \frac{di}{dt}$. Звідси

$$u = 0,5 \frac{d}{dt} \left[2(1 - e^{-0,5t}) \right] = 0,5 e^{-0,5t} \text{ В.} \quad (1.1)$$

2. Енергія магнітного поля індуктивності визначається за формулою

$$w_1 = \frac{Li_1^2}{2} = \frac{0,5 \cdot 1,2^2}{2} = 0,36 \text{ Дж.}$$

3. Щоб знайти третю невідому, тобто напругу на індуктивності u_1 в момент часу t_1 , коли струм дорівнює $i_1 = 1,2$ А, необхідно скористатися виразом (1.1), але для цього слід знати момент часу t_1 , який можна визначити з умови задачі.

Дійсно, за умовою $i_1 = 1,2$ А при $t = t_1$, тобто $i_1 = 2(1 - e^{-0,5t_1})$.

Звідси $e^{-0,5t_1} = \frac{2 - 1,2}{2} = 0,4$. Підставляючи це значення в (1.1), маємо $u_1 = 0,5 \cdot 0,4 = 0,2$ В.

Таким чином, остаточна відповідь:

$$u = 0,5 e^{-0,5t} \text{ В; } w_1 = 0,36 \text{ Дж; } u_1 = 0,2 \text{ В.}$$

Аналіз цієї задачі показує, що іноді для знаходження невідомої величини доводиться вирішувати деяку допоміжну задачу – в нашому випадку знаходити час t_1 або, точніше, числовий коефіцієнт $e^{-0,5t_1}$.

1.2 В колі (рис. 1.1, а) діє ідеальне джерело напруги, часова діаграма е.р.с. якого зображена на рис. 1.1, б. Параметри кола: $R = 2$ Ом, $C = 1000$ мкФ. Побудувати графік струму, що протікає в джерелі та визначити значення цього струму в момент $t_1 = 1,5$ мс.

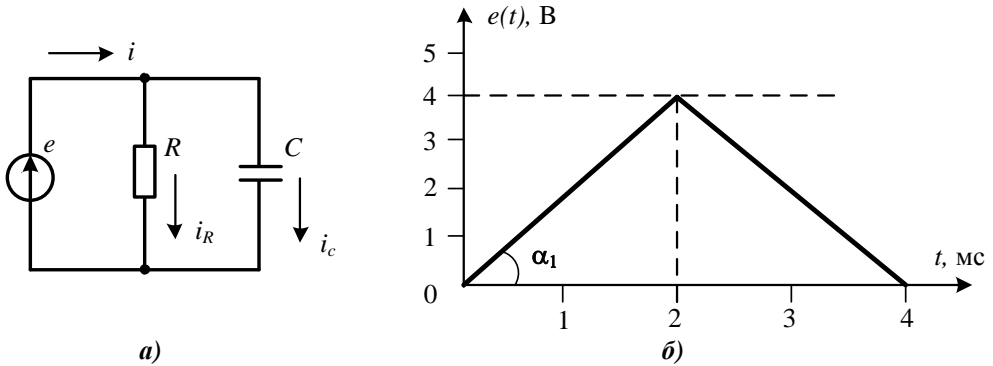


Рисунок 1.1

Розв'язування

Почнемо шукати відповідь на перше питання.

1. Для знаходження струму джерела i визначимо спочатку струми i_R та i_C , використовуючи компонентні співвідношення $i_R = \frac{u}{R}$ та $i_C = C \frac{du}{dt}$, а потім за першим законом Кірхгофа знайдемо струм $i = i_R + i_C$. Для застосування компонентних співвідношень спочатку потрібно визначити аналітичну залежність напруги джерела від часу. Для цього скористаємося заданим на рис. 1.1, б графіком цієї напруги.

2. Аналітичні вирази для напруги джерела запишемо, враховуючи, що графік складається з відрізків двох прямих ліній.

На ділянці $0 < t < t_1 = 2$ мс пряма проходить через початок координат, тому її рівняння $u = tg\alpha_1 \cdot t$, де $tg\alpha_1 = k_1$ визначимо з умови, що при $t = 2$ мс $= 0,002$ с напруга $u = 4$ В. Звідси $k_1 = \frac{4}{0,002} = 2000$, отже $u = 2000 t$ В.

На другому відрізку часу $t_1 < t < t_2 = 4$ мс рівняння прямої $u = k_2 t + b_2$.

Коефіцієнти k_2 та b_2 визначимо з двох умов: при $t = 2$ мс $u = 4$ В, а при $t = 4$ мс $u = 0$.

Підставивши ці числові значення в записані рівняння та розв'язавши отриману систему, яка має вигляд

$$\begin{cases} 4 = k_2 \cdot 2 \cdot 10^{-3} + b_2, \\ 0 = k_2 \cdot 4 \cdot 10^{-3} + b_2, \end{cases}$$

визначимо значення коефіцієнтів k_2 та b_2 . В кінцевому підсумку маємо $u = -2000t + 8$ В, а загальний аналітичний вираз запишемо у вигляді:

$$u = \begin{cases} 2000t \text{ В, } 0 < t < t_1, \\ -2000t + 8 \text{ В, } t_1 < t < t_2. \end{cases}$$

3. Тепер можна знайти струми i_R та i_C .

Отже, на інтервалі $0 < t < t_1$

$$i_R = \frac{u}{R} = 1000t \text{ А,}$$

$$i_C = C \frac{du_C}{dt} = 10^{-3} \cdot \frac{d}{dt}(2000t) = 2 \text{ А.}$$

Тут значення ємності підставлено у *фарадах* ($1 \text{ мкФ} = 10^{-6} \text{ Ф}$).

На інтервалі $t_1 < t < t_2$

$$i_R = \frac{u}{R} = -1000t + 4 \text{ А,}$$

$$i_C = C \frac{du_C}{dt} = 10^{-3} \cdot \frac{d}{dt}(-2000t + 8) = -2 \text{ А.}$$

Тоді за першим законом Кірхгофа струм в джерелі

$$i = i_R + i_C = \begin{cases} 1000t + 2 \text{ А, } 0 < t < t_1, \\ -1000t + 2 \text{ А, } t_1 < t < t_2. \end{cases}$$

Графік зміни струму в часі зображений на рис 1.2.

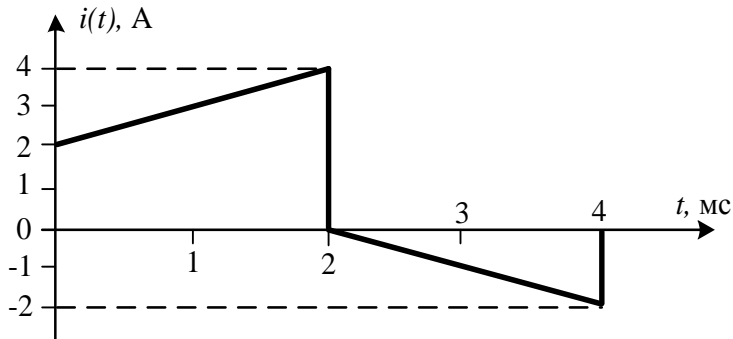


Рисунок 1.2

Як бачимо з наведеного рисунка, форми струму та напруги в електричному колі в загальному випадку можуть суттєво відрізнятися.

4. Дамо відповідь на останнє запитання: чому дорівнює струм джерела в момент $t = 1,5$ мс? Цей момент часу належить першому часовому відрізку, тому шуканий струм $i = 1000 \cdot 1,5 \cdot 10^{-3} + 2 = 3,5$ А.

1.3 Ідеальне джерело струму під'єднане до послідовно з'єднаних опорів $R=1$ Ом та індуктивності $L=0,5$ Гн. Форма струму в колі зображена на рис. 1.3. Побудувати графік зміни напруги джерела живлення та визначити значення енергії, що перетворюється в теплову.

Розв'язування

Для розв'язання задачі необхідно спочатку знайти деякі допоміжні величини. За послідовного з'єднання елементів кола напругу джерела живлення можна знайти за другим законом Кірхгофа з виразу $u = u_R + u_L$, де u_R та u_L – миттєві значення напруги відповідно на резисторі та індуктивності.

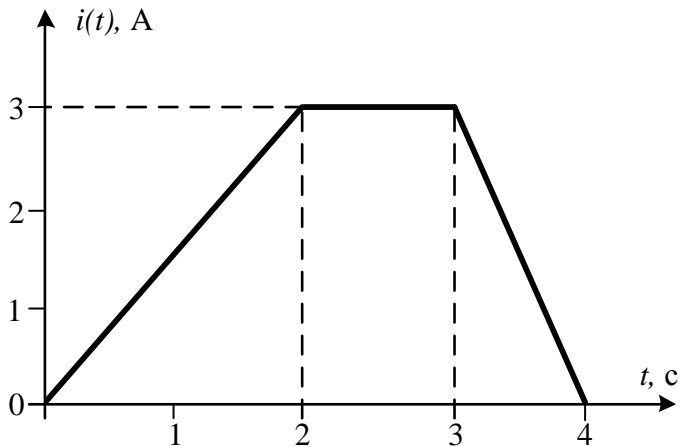


Рисунок 1.3

Ці величини за відомим струмом знаходяться за допомогою компонентних співвідношень $u_R = Ri$ та $u_L = L \frac{di}{dt}$.

1. В задачі відомо *графік* струму, тому залежність струму від часу отримаємо, скориставшись цим графіком. Залежність знаходимо для трьох ділянок, як це було виконано в попередній задачі, і як це впливає з наведеного графіка.

Перший відрізок лежить в межах $0 < t < t_1$, де $t_1 = 2$ с. На цій ділянці графік струму є прямою лінією, що проходить через початок координат, тому його рівняння $i = k \cdot t$.

В нашому випадку $k = 1,5$, звідки $i = 1,5t$ А.

На другому відрізку $t_1 < t < t_2 = 3$ с струм постійний та рівний $i = 3$ А.

На третій ділянці $t_1 < t < t_2 = 4$ з рівняння струму $i = kt + b$, де $k = -3$, $b = 12$, тобто на цій ділянці $i = -3t + 12$ А.

Таким чином, аналітична залежність струму від часу запишеться у вигляді: