# ПЕРЕДМОВА

Спеціальний фізичний практикум створювався авторами як практикум для майбутніх вчителів фізики випускного курсу, які вже опанували дісципліни загальна та теоретична фізика і належною мірою володіють як математичним апаратом, так і практичними навичками проведення нескладних фізичних досліджень.

На відміну від лабораторних практикумів з механіки, молекулярної фізики, оптики тощо, тематика робіт яких жорстко пов'язана з відповідними розділами загальної фізики і метою яких є експериментальне вивчення фізичних явищ, про які йшлося у відповідному розділі загальної фізики, а також формування в студентів навичок використання основних фізичних вимірювальних приладів і найважливіших методів фізичних вимірювань, спеціальний фізичний практикум передбачає ознайомлення студентів із сучасною науково-дослідницькою фізичною лабораторією на прикладі лабораторії дослідження структури речовини.

Історично склалося, що переважна більшість викладачів кафедри фізики СумДПУ ім. А.С. Макаренка є фахівцями в галузі фізики твердого тіла, які здійснювали й далі планують проводити свої експериментальні наукові дослідження в цій сфері, створивши на кафедрі фізики відповідну матеріальну базу.

Слід зазначити, що сучасні методи експериментальних досліджень структури речовини надзвичайно різноманітні – від нескладних визначень дефектів кристалічної будови твердих тіл за допомогою порівняно простих оптичних мікроскопів до досліджень нанокристалічної структури за допомогою сучасних електронних мікроскопів.

Останніми десятиліттями набуло поширення застосування в наукових дослідженнях комп'ютерної техніки. Якщо на першому етапі комп'ютери здебільшого виконували роль швидкодіючої рахівниці для обчислення результатів великої кількості вимірювань, то сьогодні вони часто є невід'ємною складовою експериментальної установки або приладу, що керує їх роботою. Це дозволяє повністю автоматизувати не тільки процес обчислень, а й весь процес досліджень у цілому, звільнивши експериментатора від великої кількості рутинних вимірювань. У пропонованому практикумі наводиться дві комп'ютеризовані лабораторні роботи.

На нашу думку, ознайомлення майбутніх учителів фізики із сучасними методами і приладами для наукових досліджень не заочно (у підручнику), як це робиться, а безпосередньо під час експерименту дозволяє студентам "доторкнутися своїми руками" до того, що називається сучасною наукою. Автори вважають, що майбутні вчителі фізики мають володіти певними практичними навичками застосування сучасних методів досліджень, що дозволить їм глибше зрозуміти результати нових наукових досліджень з фізики і зацікавити цією наукою своїх учнів.

У посібнику значне місце посідають описи приладів й установок та висвітлення фізичних принципів їх дії. Як показує досвід, заводські інструкції з експлуатації, що додаються до приладів, написані для фахівців, які вже мають певну кваліфікацію, а тому не завжди відповідають науково-методичним вимогам, що висуваються до навчальної літератури. Робота студентів з такими інструкціями здебільшого виявляється малоефективною.

Звичайно, у кожному педагогічному університеті склалася своя матеріальна база (на жаль, часто досить бідна), а тому не може бути ні єдиного підходу щодо реалізації спеціального фізичного практикуму, ні, відповідно, єдиного переліку лабораторних робіт з цього практикуму. Викладачами кафедри фізики СумДПУ ім. А.С. Макаренка накопичений значний досвід з організації та проведення спеціального фізичного практикуму. Тому автори вважають за доцільне створення посібника, який би узагальнив цей досвід, відповідав сучасним вимогам і водночас був би корисним не тільки для студентів педагогічних університетів, а й для студентів інших університетів з підвищеним рівнем викладання фізики.

# Розділ 1

# СТАТИСТИЧНА ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ ВИМІРЮВАНЬ

## 1.1. Похибки вимірювань

Під ***вимірюванням*** розуміють експериментальне визначення певної фізичної величини. Виміряти будь-яку величину – означає дізнатися, скільки разів міститься в ній однорідна з нею величина, прийнята за одиницю вимірювання.

Безпосередньо виміряти дану величину можна лише в окремих випадках – за наявності відповідних приладів (лінійка, амперметр, секундомір тощо). Такі вимірювання дістали назву ***прямих вимірювань***. однак вимірюють безпосередньо, як правило, не шукану величину, а деякі інші величини, що, у свою чергу, пов’язані з нею певними співвідношеннями (наприклад, визначення густини тіла за його геометричними розмірами і масою; визначення опору за величиною напруги та сили струму тощо). Такі вимірювання дістали назву ***непрямих вимірювань***.

Жодна фізична величина, у принципі, не може бути виміряна точно, а лише з певною похибкою. Різниця між результатом вимірювання та істинним значенням вимірюваної величини називається ***абсолютною похибкою*** вимірювання.

Вона визначається за формулою:

$$\Delta x_i = x_i - X\,, \tag{1.1}$$

де $\Delta x_i$ – абсолютна похибка $i$-го вимірювання;

$x_i$ – результат $i$-го вимірювання;

$X$ – істинне значення вимірюваної величини.

Поряд з абсолютною похибкою $\Delta x$ використовується відносна похибка ε, яка дорівнює відношенню абсолютної похибки до істинного значення вимірюваної величини:

$$\varepsilon_i = \frac{\Delta x_i}{X}\,. \tag{1.2}$$

Відносна похибка може бути виражена у відсотках.

За характером впливу на результати вимірювання похибки поділяються на три види: систематичні, випадкові та промахи.

**Систематичні похибки.** Систематичні похибки діють „в один бік”, даючи під час повторних вимірювань або завжди завищене, або завжди занижене значення вимірюваної величини. Вони можуть бути обумовлені як несправністю приладів (зокрема, збитий нуль відліку), так і неврахуванням якогось чинника у формулі (якщо шукана величина розраховується за цією формулою) або методом вимірювання та ін.

Зведення до мінімуму систематичних похибок вимагає вживання спеціальних заходів, а саме:

1) своєчасний ремонт і систематична перевірка приладів;
2) використання спеціальних способів вимірювання (наприклад, подвійне зважування для виключення нерівностей плечей ваг, використання охоронних кілець під час вимірювання об'ємного опору провідників, що дозволяє виключити вплив їх поверхні);
3) внесення відповідних виправлень на вплив зовнішніх чинників.

**Випадкові похибки.** Випадковими називаються похибки, величина і знак яких змінюється непередбачено під час повторних вимірювань даної величини за тих самих умов. Випадкові похибки можуть бути спричинені дією різних неконтрольованих чинників: поштовхів, повітряних потоків, порошин тощо. Джерелом випадкових помилок може бути й сам експериментатор через недосконалість його органів чуттів. Так, результати повторних вимірювань періоду коливань математичного маятника за допомогою дуже точного секундоміра обов'язково будуть щораз дещо відмінними внаслідок того, що моменти знаходження маятника у відповідних фазах відхилення фіксуються неточно: під час пуску секундоміра експериментатор може трохи забаритися, під час його зупинки, навпаки, поспішити. Випадкові похибки відхиляють результат то в один, то в інший бік від істинного значення вимірюваної величини, тому результати ($x_i$) великої кількості вимірювань симетрично розташовуються відносно $X$.

Вплив випадкових похибок можна значно зменшити усередненням результатів великої кількості вимірювань. Справді, нехай $x_1$, $x_2$, $x_3$,..., $x_n$ – результати окремих вимірів, а

$$\Delta x_1 = x_1 - X\,,\ \Delta x_2 = x_2 - X\,,\ \ldots;\quad \Delta x_n = x_n - X \qquad - \qquad (1.3)$$

їх абсолютні похибки $\Delta x_n$, де $n$ – повна кількість вимірювань. Додавши ліві і праві частини рівності (1.3), одержимо:

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta x_i = \sum_{i=1}^{n} x_i - nX.$$

Звідси

$$X = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \Delta x_i \qquad (1.4)$$

Величина

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \qquad (1.5)$$

називається ***середнім арифметичним результатом серії вимірювань***.

Середнє арифметичне значення абсолютної похибки $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta x_i$, якщо $n \to \infty$, прямує до нуля. Тому за великої кількості вимірювань можна вважати, що $\bar{x} \cong X$ . Чим більшим є $n$, тим точніше виконується ця рівність.

**Промахи.** ***Промах*** – це груба похибка, викликана, як правило, неуважністю експериментатора (неправильний відлік показів приладу, описка під час запису показань тощо). Промахи виявляються в процесі ґрунтовного аналізу результатів вимірювань, що дає змогу повторити їх у відповідних точках.

## 1.2. Статистична обробка результатів прямих вимірювань

Раніше було показано, що усередненням результатів досить великої кількості вимірювань $n$ можна значною мірою зменшити вплив випадкових похибок. Однак на практиці $n$ невелике, тому й $\bar{x}$ відрізняється від $X$. Постає завдання оцінки ступеня відхилення середнього значення $\bar{x}$ від істинного $X$.

### *1.2.1. Нормальний закон розподілу випадкових похибок*

Нехай $x_1, x_2 \dots x_n$ – результати окремих вимірювань. Приймемо, що $n$ досить велике, і під час оцінки похибок будемо вважати, що

$$X = \bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i, \quad \Delta x_i = x_i - \bar{x}. \tag{1.6}$$

Визначивши абсолютні похибки $\Delta x_i$, відсортуємо їх за величиною. Для цього весь діапазон отриманих значень $\Delta x_i$ поділимо на однакові малі інтервали $\Delta\varepsilon$ і підрахуємо, скільки разів величина помилки попадає в кожний інтервал. Якщо в інтервал за номером $k$ попали $\Delta n_k$ значень похибки, то ймовірність попадання похибки в цей інтервал становить

$$\omega_k \cong \frac{\Delta n_k}{n}. \tag{1.7}$$

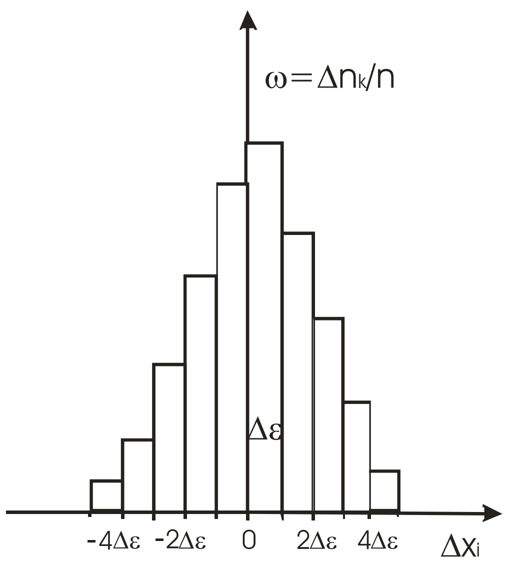

Рис. 1.1. Гістограма ймовірності абсолютних похибок

Якщо значення ймовірності для кожного інтервалу відкласти по осі ординат, то одержимо ступінчату діаграму, зображену на рис. 1.1, яка називається ***гістограмою***.

Оскільки $\omega_k$ залежить від $\Delta\varepsilon$, то по осі ординат зручніше відкладати не $\omega_k$, а величину $f(\Delta x_i) = \frac{\omega_k}{\Delta\varepsilon} = \frac{\Delta n_k}{n \cdot \Delta\varepsilon}$, яка називається ***густиною розподілу ймовірностей***. Очевидно, $f(\Delta x_i) = \omega_k$, якщо $\Delta\varepsilon = 1$. Це означає, що $f(\Delta x_i)$ є ймовірність, віднесена до одиничного інтервалу $\Delta\varepsilon$. Вигляд гістограми $f(\Delta x_i)$ буде таким самим, як і вигляд гістограми $\omega_k(\Delta x_i)$.

Якщо збільшити кількість вимірювань $n$ $(n \to \infty)$ і будувати гістограми для все більш малих інтервалів $\Delta\varepsilon$, то за $\Delta\varepsilon \to 0$ середини верхніх площадок прямокутників зіллються в плавну криву розподілу ймовірностей.

Досвід показує, що в більшості випадків розподіл похибок відповідає так званому ***нормальному закону розподілу випадкової величини***, знайденому Гауссом. Згідно з гауссовим розподілом, густина ймовірності $f(\Delta x_i)$ і величина похибки $\Delta x_i$ пов'язані співвідношенням

$$f(\Delta x_i) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\Delta x_i)^2}{2\sigma^2}}, \tag{1.8}$$

де $\sigma^2$ – дисперсія розподілу (деякий постійний параметр, зміст якого з'ясовується далі).

З формули густини ймовірності $f(\Delta x_i) = \dfrac{\Delta n_k}{n \cdot \Delta\varepsilon}$ можна одержати ймовірність $\omega(\Delta x_k)$ того, що величина похибки лежить в інтервалі від $\Delta x_k$ до $\Delta x_k + \Delta\varepsilon$:

$$\omega(\Delta x_k) = f(\Delta x_k) \cdot \Delta\varepsilon.$$

Чисельно ця ймовірність дорівнює площі зображеного прямокутника на рис. 1.2 з основою $\Delta\varepsilon$. Імовірність того, що модуль похибки не перевіщуватиме деякого значення $\Delta x_k$, зобразиться заштрихованою площею з основою $2\Delta x_k$. Цю ймовірність можна одержати, обчислюючи інтеграл

$$\omega = \int_{-\Delta x_k}^{+\Delta x_k} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\Delta x)^2}{2\sigma^2}} d(\Delta x) \tag{1.9}$$

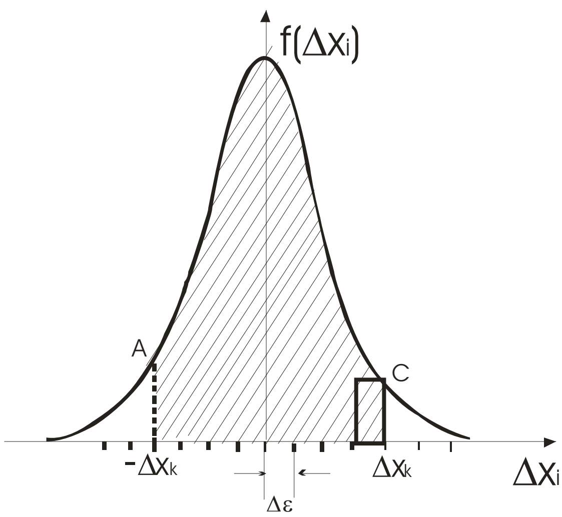

Рис. 1.2. Розподіл імовірностей випадкових похибок

На рис. 1.3 подані криві розподілу, що відповідають різним $\sigma$. Видно, що зі збільшенням $\sigma$ максимум кривої розподілу знижується, а її „крила" розширюються. Відповідно до сказаного раніше про геометричний зміст імовірності це означає, що зі зростанням $\sigma$ імовірність малих похибок зменшується, а ймовірність більших збільшується. Отже, чим ***більшою є дисперсія*** розподілу $\sigma^2$, тим ***менша точність*** вимірів.

Слід зазначити, що крива $f(\Delta x_i)$ характеризує не якусь серію вимірювань, а деяку уявну сукупність нескінченної кількості вимірювань даної величини в тих самих умовах. Така сукупність називається ***генеральною***. Усяка ж кінцева серія вимірів дістала назву ***випадкової*** вибірки з генеральної сукупності.

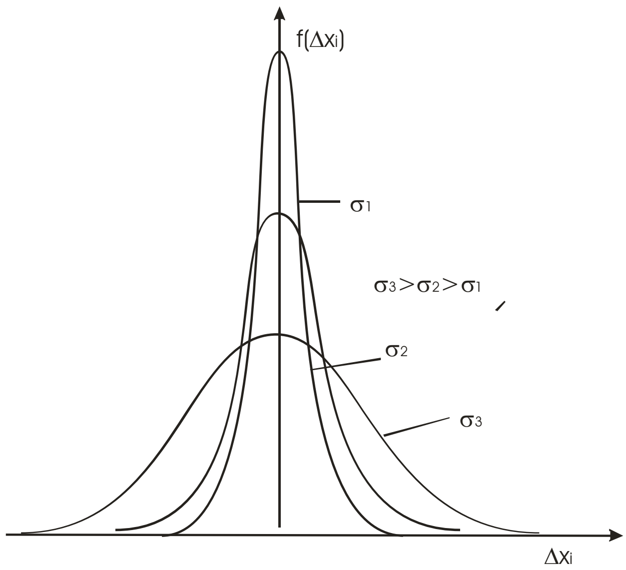


Рис. 1.3. Криві розподілу випадкових похибок з різними дисперсіями

### *1.2.2. Середньоквадратична похибка*

Нехай $x_1, x_2 \ldots x_n$ – результати деякої серії $n$ вимірів, проведених в однакових умовах. Охарактеризуємо похибки окремих вимірів даної серії деякою середньою величиною. У теорії похибок за таку характеристику беруть так звану ***середньоквадратичну похибку*** вибірки $S_n$:

$$S_n = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n-1}} \quad . \qquad (1.10)$$

$S_n$ називають також ***вибірковим стандартним відхиленням***.

Можна показати, що за досить великої кількості вимірювань $S_n \approx \sigma$, а отже, дисперсія розподілу

$$\sigma^2 \cong S_n^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - x_n\right)^2}{n-1} \cong \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n}. \qquad (1.11)$$

Таким чином, дисперсія розподілу приблизно дорівнює середньому квадрату похибки окремих вимірів, знайденому за досить великого значення $n$. Для генеральної сукупності ($n \to \infty$) рівність (1.11) виконується точно.

### *1.2.3. Середньоквадратична похибка середнього*

Припустимо, що ми провели серію $n$ вимірів деякої величини $x$, результати яких становлять $x_1, x_2, \ldots x_n$. Найкращим наближенням до істинного значення є величина $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$, яку ми назвемо ***середнім вибірковим значенням вимірюваної величини***. Якщо серію по $n$ вимірювань у кожній повторити $m$ разів, то ми одержимо $m$ значень $\bar{x}_k$, які дещо відрізняються одне від одного та від істинного значення $X$ вимірюваної величини. Похибки $\Delta x_k = \bar{x}_k - X$ є випадковими і так само, як похибки окремих вимірів $\Delta x_i = x_i - X$, відповідають гауссовому розподілу, але з іншою дисперсією $\sigma_{\bar{x}}^2 < \sigma^2$. Величина $\sigma_{\bar{x}}^2$, яка називається ***дисперсією середнього***, є мірою похибки середнього значення $\bar{x}$, знайденого в серії з $n$ вимірів. У теорії похибки доводиться, що $\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$.

Це означає, що $\sigma_{\bar{x}}$ на відміну від $\sigma$ залежить від кількості проведених вимірювань:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}. \tag{1.12}$$

Таким чином, середньоквадратична похибка середнього результату $n$ вимірів в $n^{1/2}$ разів менша за середньоквадратичну похибку окремих вимірювань. З формул (1.11) і (1.12) одержуємо, що за великого значення $n$

$$\sigma_{\bar{x}} \cong \frac{S_n}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n(n-1)}}.$$

Величина

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n(n-1)}} \tag{1.13}$$

називається ***вибірковою середньоквадратичною похибкою середнього***.

### *1.2.4. Довірчий інтервал і довірча ймовірність*

Як уже наголошувалося, для будь-якої скінченної вибірки $\bar{x} \neq X$. Практично дуже важливо оцінити можливу величину відхилення середнього значення $\bar{x}$ від істинного $X$, тобто $\bar{x} - X$. Інтервал $\bar{x} \pm \Delta X$, у який із заданою ймовірністю $\alpha$ попадає істинне значення $X$ вимірюваної величини, називається ***довірчим*** інтервалом, що відповідає ймовірності $\alpha$. Імовірність $\alpha$ називається також ***довірчою ймовірністю***, або ***надійністю***. Величина $\Delta X$ характеризує точність оцінки. Чим меншою є різниця $\bar{x} - X$, тим вища точність.

Надійність, що відповідає заданій точності $\Delta X$, можна обчислити теоретично, скориставшись гауссовим розподілом, якщо відома дисперсія $\sigma_{\bar{x}}^2$:

$$\alpha = \int_{-\Delta X}^{+\Delta X} \mathrm{F}(\Delta x)dx. \tag{1.14}$$

Навчальне видання

**Лобода** Валерій Борисович
**Іваній** Володимир Степанович
**Хурсенко** Світлана Миколаївна та ін.

# Сучасні методи дослідження структури речовини
## Спеціальний фізичний практикум

Навчальний посібник

Головний редактор В.І. Кочубей
Технічний редактор А.О. Литвиненко
Дизайн обкладинки і макет В.Б. Гайдабрус
Комп'ютерний набір С.М. Хурсенко
Комп'ютерна верстка О.Ю. Кугуєнко

Підписано до друку 10.08.2010.
Формат 60x90 $^1/_{16}$. Папір офсетний. Гарнітура Скулбук.
Друк офсетний. Ум. друк. арк. 14.9. Обл.-вид. арк. 15.1.
Тираж 500 прим. Замовлення №

Відділ реалізації
Тел./факс: (0542) 78-66-12, 78-83-57
E-mail: info@book.sumy.ua

ТОВ «ВТД «Університетська книга»
40030, м. Суми, вул. Кірова, 27, 5-й пов.
E-mail: publish@book.sumy.ua
www.book.sumy.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
ДК № 489 від 18.06.2001

Віддруковано відповідно до якості наданих діапозитивів
у друкарні ПП «Принт-Лідер»
Україна, 61070, м. Харків, вул. Рудика, 8